



КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ COMPUTER SIMULATION HISTORY

УДК 004.942

DOI 10.18413/2411-3808-2019-46-2-274-282

ПОСТРОЕНИЕ И ВАЛИДАЦИЯ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЙ ВИРТУАЛЬНОЙ МОДЕЛИ БАЛКИ РАВНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ВЕСОИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

CONSTRUCTION AND VALIDATION OF THE FINITE ELEMENT VIRTUAL MODEL OF THE BEAM OF EQUAL RESISTANCE OF THE WEIGHT MEASUREMENT SYSTEM

А.С. Кузубов, Д.А. Бушуев, Е.М. Паращук
A.S. Kuzubov, D.A. Bushuev, E.M. Parashchuk

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова,
Россия, 308012, г. Белгород, ул. Костюкова, 46

Belgorod State Technological University n.a. V.G. Shukhov,
46 Kostyukova St, Belgorod, 308012, Russia

E-mail: kusubov@list.ru, dmbushuev@gmail.com, kara1205@mail.ru

Аннотация

В статье рассмотрен процесс построения и валидации конечно-элементной (КЭ) виртуальной модели балки равного сопротивления (БРС), являющейся упругим звеном лабораторной весоизмерительной системы. Описана разработанная в среде MSC Patran КЭ модель БРС и представлена картина ее напряженно-деформируемого состояния, полученная при помощи решателя SOL 101 системы MSC Nastran. Приведена математическая модель идеальной БРС. Представлены общий вид и описание разработанной лабораторной весоизмерительной системы, используемой при валидации КЭ модели, на основе БРС, наклеиваемых тензорезисторов и модуля обработки сигналов тензодатчиков. Приведены и проанализированы результаты вычислений относительной деформации, полученные по математической модели идеальной БРС, КЭ модели и в результате эксперимента. В ходе проведения валидации установлено, что максимальное расхождение между КЭ моделью и результатом эксперимента не превышает 3,5 %.

Abstract

The article describes the process of construction and validation of a finite element (FE) virtual model of the beam of equal resistance (BRS), which is a flex part of the laboratory weigh measurement system. A model of the BRS developed in the MSC Patran software and calculated by the FE method using the SOL 101 solver of the MSC Nastran system stress strain behavior are presented. The mathematical model of the ideal BRS is given. A general view and a description of the developed laboratory weigh measurement system used in the validation of the FE model based on the BRS, the glued strain gauges and the module of the signal processing of the strain gauges are presented. The results of calculations of the relative deformation obtained by the mathematical model of the ideal BRS, the FE model and as a result of the experiment are presented and analyzed. During the validation, it was found that the maximum discrepancy between the FE model and the result of the experiment does not exceed 3.5%.

Ключевые слова: валидация, КЭ модель, уточнение параметров КЭ модели, виртуальная модель, балка равного сопротивления, весоизмерительная система, тензодатчик, картина НДС, Nastran, Patran.



Keywords: validation, finite element model, finite element model updating, virtual model, sensor locations, stress-strain behavior, Nastran, Patran.

Введение

На сегодняшний день в технологические процессы ведущих отраслей промышленности происходит внедрение современных технологий по созданию инновационных установок, подверженным разного рода физическим воздействиям. При этом разрабатываемая установка должна быть не только экономически целесообразной по отношению к затратам на ее производство, но и обладать определенной прочностью [Pykhalov et al., 2016], являющейся основой предотвращения возможных аварийных ситуаций. Обеспечению требуемых критериев прочности способствует предварительное создание конечно-элементной виртуальной модели реальных конструкций с целью изучения статического напряженно-деформируемого состояния (НДС) и некоторых динамических характеристик [Забелин, Пыхалов, 2017; Чистякова, 2017; Kristiawan, 2018]. Теоретически оценка прочности конструкций путем численного решения методом конечных элементов (МКЭ) считается высокоэффективным математическим подходом. Однако, как показывает практика, довольно трудно добиться полноценного совпадения результатов этого решения с результатами, полученными в реальных испытаниях конструкций [Moniz et al., 2019].

Очевидно, что при проведении статических испытаний рассогласование между экспериментальными результатами и результатами решения МКЭ менее значительны по сравнению с исследованием динамических характеристик конструкций [Cheng et al., 2019]. Это связано с тем, что при рассмотрении статического состояния конструкции решение МКЭ позволяет практически однозначно определить поле напряжений, а также максимальные градиенты его изменения. То есть фактически заранее известны области, в которых сконцентрированы наибольшие механические напряжения (отверстия, переходы и др.). Благодаря этому происходит более рациональное размещение датчиков в определенных ранее областях для проведения реального эксперимента, что приводит к повышению степени совпадения результатов с результатами решения МКЭ [Zong et al., 2015a, b]. Для еще большего совпадения результатов прибегают к дальнейшей незначительной корректировке положения датчиков, а также немаловажную роль играет компенсация путем изучения достоверности механических характеристик материалов, используемых в конструкциях.

Как уже было сказано ранее, при исследовании динамических характеристик конструкций несовпадение результатов является более значительным. Связать это можно с тем, что каждая динамическая форма колебания обладает своей картиной НДС. Отсюда следует, что довольно сложно и практически невозможно определить наиболее рациональное положение датчиков на исследуемой конструкции. Помимо этого, нельзя исключать ряд других факторов, к которым относится точность математического моделирования свойств реальной конструкции, например, ее формы, точность механических характеристик материала (модуля упругости, коэффициента Пуассона и др.), некорректность задания конечных элементов в модели, а также наличие грубой КЭ-сетки [Baker, 2018].

Таким образом, обеспечение максимального сходства результатов реальных испытаний конструкций с результатами численного анализа их модели из КЭ, а особенно в случае исследования динамических характеристик, является комплексной задачей, суть решения которой состоит в их взаимной корректировке по факторам, связанным с испытанием конструкции и параметрами ее КЭ-модели.

Последовательность действий, выполняемых над исследуемой конструкцией и ее моделью из КЭ, направленных на получение КЭ-модели, способной максимально точно отобразить статическое НДС и/или динамические характеристики изучаемого объекта, называется «валидацией» КЭ-модели [Chen, 2001]. Валидация позволяет получить точную и надежную КЭ-модель, способную отобразить поведение реальной конструкции в различных условиях с высокой точностью и является востребованной в различных отраслях промышленности.

Объекты и методы исследования

При проведении валидации КЭ обычно используют методы тензометрии. Тензодатчики представляют собой измерительный преобразователь деформации упругого чувствительного элемента датчика, вызванной воздействием массы измеряемого объекта, в электрический сигнал. Как правило, такие датчики имеют в своей структуре тензорезисторы, нанесенные на упругий элемент и соединенные между собой в мостовую схему [Туричин, 1966]. В свою очередь тензорезисторы, деформация которых соответствует деформации упругого элемента датчика, в процессе измерения массы некоторого объекта изменяют свое сопротивление, что приводит к разбалансу мостовой схемы и, как следствие, формированию электрического сигнала на его выходе.

В зависимости от конструкции упругого или так называемого калиброванного элемента выделяют несколько видов тензодатчиков, наиболее распространенными из которых являются одноточечные датчики, датчики балочного, торсионного и башенного типа, а также S-образные датчики [Дивин и др., 2012].

В качестве исследуемого калиброванного элемента весоизмерительной системы, для которого будет строиться КЭ модель, выступает консольная балка равного сопротивления, жестко закрепленная с одной стороны (рис. 1). В теории она является частным случаем балок переменного сечения и имеет во всех сечениях одинаковые механические напряжения [Скопинский, Захаров, 1999]. В реальности же приходится уменьшать сечение свободного конца до минимально допустимого значения, при котором будет обеспечена прочность по отношению к касательным напряжениям. Эта необходимость приводит к тому, что БРС имеет максимальные и равные механические напряжения только на определенном участке, который предстоит определить.



Рис. 1. Внешний вид разработанной лабораторной весоизмерительной системы

Fig. 1. General view of the developed laboratory weight measurement system

В местах с максимальными деформациями наклеиваются металлофольговые тензодатчики и соединяются по мостовой схеме, состоящей из четырех тензорезисторов, образуя тензорезистивный преобразователь (рис. 2). Данное решение связано с тем, что полученный тензодатчик будет обладать максимальной чувствительностью (например, по сравнению с использованием полумостовой схемы чувствительность у нее возрастает в 2 раза [Wang, Tan, 2006]). Также, благодаря использованию четырех тензорезисторов, будет обеспечиваться компенсация температурной составляющей, влияющей на точность измерений.

Регистрация сигналов с тензодатчиков осуществляется при помощи модуля ввода MB110-224.4ТД фирмы ОВЕН (см. рис. 1). Выходное напряжение для данной мостовой схемы, регистрируемое модулем, определяется как

$$U_{\text{вых}} = \left(\frac{R_2 + \Delta R}{R_2 + R_3} - \frac{R_4 - \Delta R}{R_1 + R_4} \right) \cdot U_{\text{пит}}, \quad (1)$$

где $U_{\text{вых}}$ – напряжение на выходе мостовой схемы, $U_{\text{пит}}$ – напряжение питания моста, R_1, R_4 – сопротивления тензорезисторов, ΔR – изменение сопротивления при деформации тензорезистора.

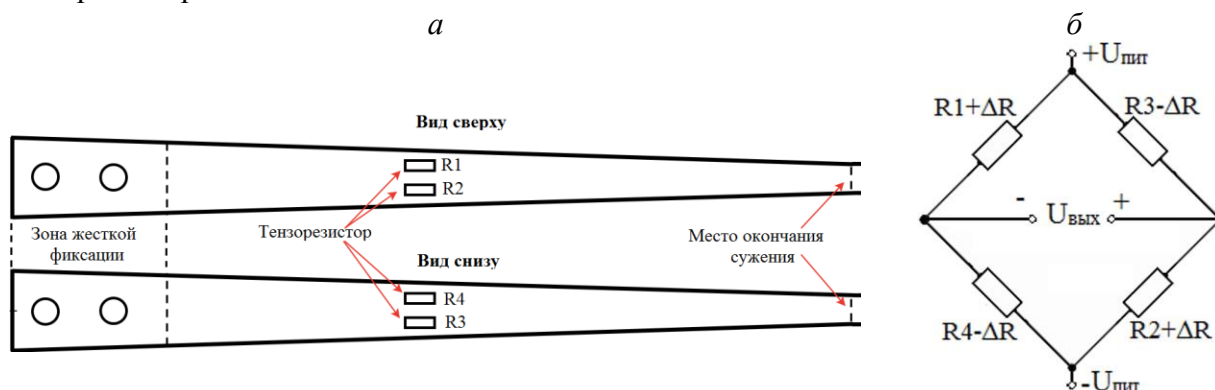


Рис. 2. Исследуемый калиброванный элемент (а) и мостовой тензорезистивный преобразователь (б)
Fig. 2. The investigated calibrated element (a) and bridge strain gauge transducer (b)

Так как при полномостовой конфигурации используются тензодатчики с одинаковыми характеристиками, то есть $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$, то выражение (1) можно представить в следующем виде:

$$U_{\text{вых}} = \frac{\Delta R}{R} \cdot U_{\text{пит}}.$$

Откуда

$$\Delta R = \frac{U_{\text{вых}}}{U_{\text{пит}}} R.$$

Относительная деформация тензорезистора, наклеенного на БРС, может быть определена следующим образом [Wang, Tan, 2006]:

$$\varepsilon = \frac{\Delta R}{R \cdot GF}, \quad (2)$$

где GF (Gauge Factor) – коэффициент относительной тензочувствительности (в данном случае равен 2).

С другой стороны, при рассмотрении идеальной консольной балки равного сопротивления ширина изменяется по линейному закону:

$$b_x = \frac{b_0}{L} \cdot x,$$

где b_0 – ширина сечения балки у основания, L – длина балки, x – расстояние между концом балки и исследуемым участком балки.

Момент сопротивления балки изгибу можно определить по формуле [Скопинский, Захаров, 1999]:



$$W = \frac{b_x \cdot h^2}{6} = \frac{b_0 \cdot h^2}{6L} \cdot x,$$

где h – толщина балки.

Напряжение в любом сечении балки равно:

$$\sigma = \frac{M_x}{W} = \frac{6F \cdot L}{b_0 \cdot h^2} = const,$$

где F – сила, приложенная к свободному концу балки.

Тогда выражение для определения относительной деформации [Третьяченко, 1979; Чистякова, 2017] запишется в следующем виде:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{6F \cdot L}{b_0 \cdot h^2 \cdot E}, \quad (3)$$

где E – модуль упругости (модуль Юнга).

Поскольку конструктивные параметры БРС являются константами, то относительная деформация ε зависит только от значения силы F , которая пропорциональна массе груза m [Мельников и др., 2014]. Однако ввиду того, что сечение свободного конца рассматриваемой балки в реальности ограничено минимально допустимым значением, то полученная математическая модель идеальной БРС, заданная выражением (3), будет не совсем точно описывать деформацию для исследуемой балки, представленной на рис. 1 и рис. 2. Применение МКЭ позволяет определить напряжения и деформации на любом участке БРС с учетом ее реальной геометрии и свойств и уточнить места расположения тензорезисторов.

Результаты исследования

КЭ-модель исследуемой балки равного сопротивления была разработана в среде MSC Patran при помощи построения 2D Quad4 сетки с последующим вытягиванием для получения 3D-элементов. Поскольку точные физические свойства БРС, используемой в лабораторной установке, заранее были неизвестны, то для их уточнения возникла необходимость установления материала, из которого изготовлена балка. Выполнив последовательно несколько действий, а именно измерение массы и объема рассматриваемой балки, определили ее плотность. Впоследствии при помощи специальных таблиц плотности различных типов металлов [Зубченко и др., 2003] было выявлено, что в процессе производства балки была использована низколегированная сталь предположительно марки 12X5CMA [Бухмиров и др., 2009; Acharyya, 2019]. В результате определения типа материала было установлено значение коэффициента Пуассона, а также величина модуля Юнга [Малов и др., 1982], которые позволили создать КЭ-модель, обладающую достаточным сходством по свойствам с реальной балкой.

После получения КЭ-модели при помощи решателя для линейного статического анализа MSC Nastran SOL 101 в среде MSC Patran была построена картина НДС исследуемой балки (рис. 3). При этом имитирование наличия подвешенного объекта (массой 6 кг) осуществлялось при помощи приложения статического усилия к свободному концу балки.

Полученная картина НДС показывает, что наибольшее напряжение соответствует 39,1 МПа и образуется на нижней и верхней поверхностях модели в месте до сужения.

На следующем этапе разработки после анализа картины НДС было выяснено, что расположение тензодатчиков будет наиболее рациональным на верхней и нижней части балки, в зоне между закрепленной частью и до места сужения [Герасимов, 2011]. Это позволит производить измерения с высокой точностью, а различия между экспериментальными результатами и результатами решения МКЭ должны быть достаточно малы.

Завершающим этапом создания системы измерения являлось соединение между собой тензорезисторов и их дальнейшее подключение к модулю ввода сигнала тензодатчика, например, MB110-224.4ТД фирмы ОБЕН.

Для дальнейшей работы с весоизмерительной системой, на данном этапе состоящей из тензодатчика и модуля ввода, было выполнено подключение последнего к персональному компьютеру с заранее установленной программой «Конфигуратор M110». Это было осуществлено путем использования преобразователя интерфейсов ОБЕН AC4, который предназначен для взаимного преобразования сигналов интерфейсов RS-485, в USB. Далее была произведена юстировка разработанного датчика в вышеуказанной программе, после чего появилась возможность производить измерение массы объектов, подвешенных на свободном конце балки.

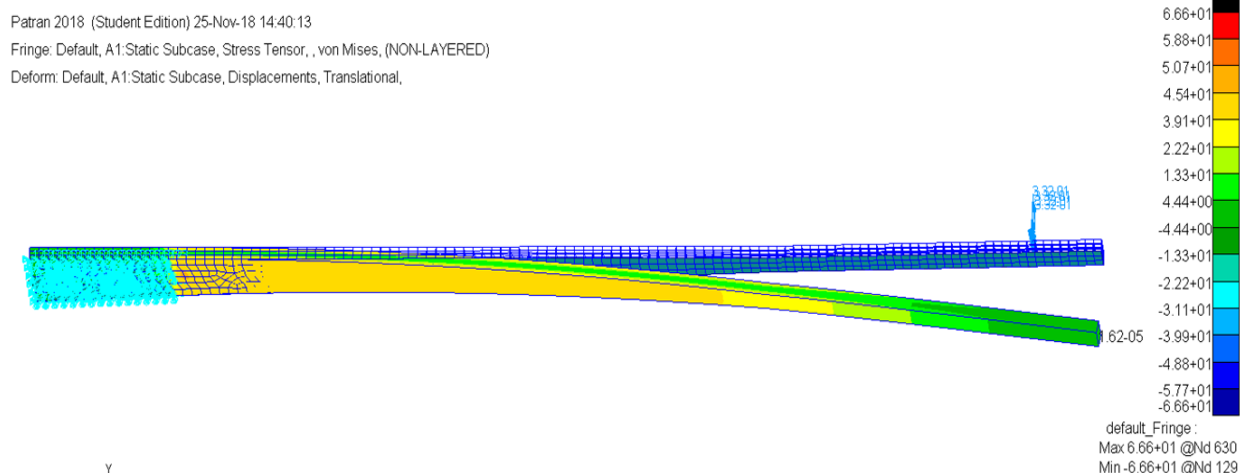


Рис. 3. Картина НДС исследуемой балки, полученная в среде MSC Patran с решателем MSC Nastran SOL 101

Fig. 3. The pattern of the stress-strain behavior of the beam, obtained in the MSC Patran software using the SOL 101 MSC Nastran solver

После настройки весоизмерительной системы в процессе валидации КЭ модели проводился сравнительный анализ результатов, полученных при моделировании и решении МКЭ, с результатами реального эксперимента.

Масса груза m варьировалась в диапазоне от 0 до 10 кг. При этом посредством разработанной весоизмерительной системы фиксировались величины ΔR и по формуле (3) рассчитывались соответствующие значения деформации $\varepsilon_{изм.} = f(m)$. Также рассчитаны деформации для математической модели идеальной БРС $\varepsilon_{идеал.} = f(m)$ по формуле (3) и в среде MSC Patran получены значения соответствующих механических напряжений σ и модуля упругости E для КЭ-модели, по которым определена деформация $\varepsilon_{НДС} = f(m)$. Результаты определения относительной деформации БРС представлены в таблице.

Таблица
Table

Результаты определения относительной деформации
The results of determining the relative deformation

m, кг	R, Ом	ΔR , Ом	$\varepsilon_{изм.}$, мм/м	$\varepsilon_{НДС}$, мм/м	$\varepsilon_{идеал.}$, мм/м	Приведенная погрешность γ , %
0	261,54	0	0	0	0	0
1	261,56	0,02	3,82E-05	3,17E-05	3,56E-05	1,7
2	261,58	0,04	7,65E-05	6,33E-05	7,12E-05	3,5
3	261,59	0,05	9,56E-05	9,52E-05	1,07E-04	0,1
4	261,61	0,07	1,34E-04	1,26E-04	1,42E-04	2,1
5	261,63	0,09	1,72E-04	1,59E-04	1,78E-04	3,4

Окончание табл.

6	261,64	0,1	1,91E-04	1,86E-04	2,14E-04	1,4
7	261,66	0,12	2,29E-04	2,28E-04	2,49E-04	0,4
8	261,68	0,14	2,68E-04	2,56E-04	2,85E-04	3,1
9	261,69	0,15	2,87E-04	2,85E-04	3,21E-04	0,5
10	261,71	0,17	3,25E-04	3,17E-04	3,56E-04	2,1

Графики зависимостей, построенных по данным из таблицы, представлены на рис. 4.

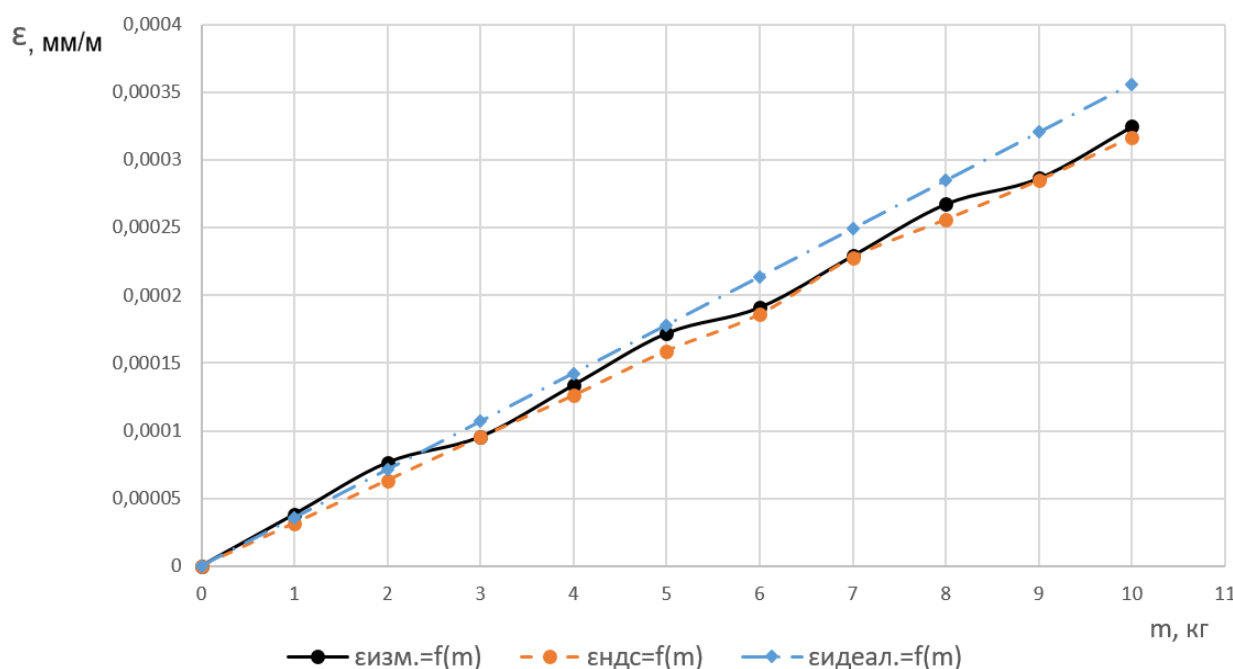


Рис. 4. Графики зависимостей деформации ε от массы m
 Fig. 4. Graphs of dependencies of strain ε on mass on mass m

Как можно заметить из рис. 4, расчеты по формуле (3) для идеальной БРС при увеличении массы отклоняются от результатов эксперимента в значительной степени, а графики реальной зависимости и зависимости, полученной при моделировании, расходятся незначительно, и максимальная приведенная погрешность составляет 3,5%. Таким образом, полученная КЭ модель достаточно точно отражает реальные процессы в лабораторной установке.

Заключение

Полученный результат экспериментального определения относительной деформации свидетельствует о высокой точности построенной КЭ модели, решателя для линейного статического анализа MSC Nastran SOL 101 и правильности выполнения действий в процессе валидации. К основным из них можно отнести корректное задание физических свойств материала, полученных экспериментальным путем с высокой степенью точности, выбор соответствующей области для наклейки тензорезисторов, построение высокоточной информационно-измерительной системы с использованием мостового тензометрического преобразователя и модуля ввода сигналов с тензодатчиков.

Построенная КЭ-модель балки равного сопротивления, являющейся чувствительным калиброванным элементом лабораторной весоизмерительной системы, после проведенной валидации позволяет в дальнейшем проводить виртуальные испытания [Рубанов, Бушуев, 2017; Верзилина, 2018], аналогичные по своей специфике реальным, например,

статическое взвешивание, или динамометрию, что является актуальным при использовании в учебном процессе. При прикладывании к балке динамических нагрузок возможно отклонение относительной деформации, определяемой экспериментально при помощи лабораторной весоизмерительной системы, от значений, вычисленных при проведении динамического анализа с использованием метода конечных элементов в системе MSC Nastran, за счет наличия инерционности при обработке данных в модуле ввода.

Список литературы

References

1. Бухмиров В.В., Ракутина Д.В., Солнышкова Ю.С. 2009. Справочные материалы для решения задач по курсу «Тепломассообмен». Иваново, Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина, 102.
Buhmirov V.V., Rakutina D.V., Solnyshkova Ju.S. 2009. Spravochnye materialy dlja reshenija zadach po kursu «Teplomassoobmen» [Reference materials for solving problems on the course "Heat and Mass Transfer"]. Ivanovo, Ivanovskiy gosudarstvennyy energeticheskiy universitet imeni V.I. Lenina [Ivanovo, Ivanovo State Power Engineering University named after V.I. Lenin], 102.
2. Верзилина О.А. 2018. Применение метода дискретных элементов для моделирования виброударных систем. Научные ведомости Белгородского государственного университета. Серия: Экономика. Информатика. 45(1): 103–110.
Verzilina O.A. 2018. Application of the method of discrete elements for modeling of vibro-impact systems. Belgorod State University Scientific Bulletin. Economics. Information technologies. 45(1): 103–110.
3. Дивин А.Г., Пономарев С.В., Мозгова Г.В. 2012. Методы и средства измерений, испытаний и контроля: учебное пособие. Тамбов, Тамбовский государственный технический университет, 108.
Divin A.G., Ponomarev S.V., Mozgova G.V. 2012. Metody i sredstva izmereniy, ispytaniy i kontrolya: uchebnoe posobie [Methods and means of measurement, testing and control: a tutorial]. Tambov, Tambovskiy gosudarstvennyy tekhnicheskij universitet [Tambov, Tambov State Technical University], 108.
4. Забелин А.В., Пыхалов А.А. 2017. Валидация конечно-элементных моделей и алгоритм ее реализации. Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Отдел Механика, 25(3): 216–233.
Zabelin A.V., Pyhalov A.A. 2017. Finite-element model validation and its execution algorithm. PNRPU Mechanics Bulletin. Mechanics series, 25(3): 216–233.
5. Зубченко А.С., Колосков М.М., Каширский Ю.В. и др. 2003. Марочник сталей и сплавов. М., Машиностроение, 784.
Zubchenko A.S., Koloskov M.M., Kashirskiy Yu.V. et al. 2003. Marochnik staley i splavov [Steel and Alloys Marketer]. Moscow, Mashinostroyeniye, 784.
6. Малов А.Н., Законников В.П., Пакнис А.Б., Скворцов К.Ф., Скороходов Е.А. 1982. Общетехнический справочник. М., Машиностроение, 415.
Malov A.N., Zakonnikov V.P., Paknis A.B., Skvortsov K.F., Skorokhodov E.A. 1982. Obshchetechnicheskij spravochnik [General technical reference]. Moscow, Mashinostroyeniye, 415.
7. Мельников В. Г., Иванов С.Е., Мельников Г.И., Моторин А.С. 2014. Лабораторные работы в системе MSC PATRAN. СПб, НИУ ИТМО, 83.
Mel'nikov V.G., Ivanov S.E., Mel'nikov G.I., Motorin A.S. 2014. Laboratornye raboty v sisteme MSC PATRAN [Laboratory work in the MSC PATRAN system]. SPb, ITMO University, 83.
8. Рубанов В.Г., Бушуев Д.А. 2017. Методы автоматической балансировки агрегатов с эксплуатационным дисбалансом. Белгород, Белгородский Государственный Технологический Университет, 150.
Rubanov V.G., Bushuev D.A. 2017. Metody avtomaticheskoy balansirovki agregatov s ekspluatatsionnym disbalansom [Methods of automatic balancing of units with operational imbalance]. Belgorod, Belgorodskiy Gosudarstvennyy Tekhnologicheskij Universitet [Belgorod, Belgorod State Technological University], 150.
9. Скопинский В.Н., Захаров А.А. 1999. Соппротивление материалов, ч. 1. М., МГИУ, 128.
Skopinskij V.N., Zaharov A.A. 1999. Soprotivlenie materialov, ch. 1 [Resistance of materials, part 1]. Moscow, Moscow State Industrial University, 128.



10. Третьяченко Г.Н. 1979. Моделирование при изучении конструкций. Киев, Наукова думка, 232.
- Tret'yachenko G.N. 1979. Modelirovanie pri izuchenii konstruktsiy [Modeling in the study of structures]. Kiev, Naukova dumka [Kiev, Scientific thought], 232.
11. Туричин А.М. 1966. Электрические измерения неэлектрических величин. М.-Л., Энергия, 690.
- Turichin A.M. 1966. Jelektricheskie izmerenija nejelektricheskikh velichin [Electrical measurements of non-electrical quantities]. Moscow-Leningrad, Jenergija [Moscow-Leningrad, Energy], 690.
12. Чистякова Н.В. 2017. Определение модуля Юнга из изгиба. Томск, Томский политехнический университет, 12.
- Chistjakova N.V. 2017. Opreделение modulja Junga iz izgiba [The definition of the Young's modulus of bending]. Tomsk, Tomskiy politekhnicheskij universitet [Tomsk, Tomsk Polytechnic University], 12.
13. Acharyya R. 2019. Finite element investigation and ANN-based prediction of the bearing capacity of strip footings resting on sloping ground. *International Journal of Geo-Engineering*. 10(1).
14. Baker M. 2018. How to get meaningful and correct results from your finite element model. Braunschweig, Technical University of Braunschweig, 26.
15. Chen G. 2001. FE model validation for structural dynamics. London, Imperial College of Science, Technology and Medicine University of London, 209.
16. Cheng H., Wu D., Fan X. 2019. Modeling and simulation of sheet-metal part deformation in virtual assembly. *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*. 10(3): 1231–1240.
17. Kristiawan S.A. 2018. Uniaxial compressive stress-strain behavior of self-compacting concrete with high-volume fly ash. *International Journal of GEOMATE*, 14(41): 77–85.
18. Moniz L., Chen Q., Guillemot G., Bellet M., Gandin C.A., Colin C., Bartout J.D., Berger M. H. 2019. Additive manufacturing of an oxide ceramic by laser beam melting - Comparison between finite element simulation and experimental results. *Journal of Materials Processing Technology*. *Journal of Materials Processing Technology*, 270: 106–117.
19. Pykhalov A.A., Dudaev M.A., Kolotnikov M.Y., Makarov P.V. 2016. Dynamics of assembled structures of rotor systems of aviation gas turbine engines of type two-rotor. *JVE International LTD, Vibroengineering PROCEDIA*. 8: 316–321.
20. Wang L., Tan K.C. 2006. *Modern Industrial Automation Software Design. Principles and Real-World Applications*. Hoboken, New Jersey, John Wiley & Sons, Inc., 313.
21. Zong Z., Lin X., Niu J. 2015. Finite element model validation of bridge based on structural health monitoring. Part I: Response surface-based finite element model updating. *Journal of Traffic and Transportation Engineering*. 2(4): 258–278.
22. Zong Z., Lin X., Niu J. 2015. Finite element model validation of bridge based on structural health monitoring. Part II: Uncertainty propagation and model validation. *Journal of Traffic and Transportation Engineering*. 2(4): 279–289.